Universidade Estadual do Rio de Janeiro

Aplicação do Método de Diferenças Finitas e Resolução de Matriz

Bruno Reinoso Teixeira Pinto

Eduarda Rocha Machado

Nova Friburgo, 22 de Junho de 2019

**Objetivo**

**Introdução teórica**

Visando o problema fornecido que foi dado pela seguinte equação diferencial parcial,

onde α é um coeﬁciente de difusão e C representa a concentração de um dado componente em um sistema transiente modelado em geometria unidimensional na coordenada cartesiana x, utilizamos primeiramente o Método das Diferenças Finitas, que consiste em um método para resolver equações diferenciais por meio de aproximações de derivadas por diferenças finitas. A fórmula é obtida através da série de Taylor da função derivada.

O operador para a derivada é obtido a partir da seguinte série de Taylor para as seguintes funções:

F’(x+h)=

F’(x-h)=

Observando essas séries de Taylor, podemos dizer que a derivada pode ser escrita de três formas distintas contendo um termo do erro ao se desprezar termos de ordem superior.

A primeira delas é chamada de diferença avançada, onde f’(x) é dada por:

A segunda é chamada de diferença centrada e é dada por:

E por último, temos a diferença atrasada, que é dada por:

Por meio desse método, também conseguimos aproximar uma derivada de ordem superior, como uma de segunda ordem, que é dada por:

Com isto, foi possível desenvolver o trabalho proposto, visto que precisamos aproximar as derivadas da equação de difusão e as condições de contorno por esses métodos, o que será demonstrado na próxima seção.

**Formulário**

L → Comprimento(m)

α → Alfa (Coeficiente de difusão)

x,i → Espaço

t,n → Tempo

Ci, Cw e Ce → constantes

**Desenvolvimento**

A equação inicial fornecida já citada foi a de difusão, que é dada por:

Com a equação e utilizando o método de diferenças finitas já explicadas, com referência em (i,n+1),podemos aproximar a derivada primeira temporal por uma aproximação centrada no tempo, como podemos ver a seguir:

Já a derivada segunda pode ser aproximada por uma centrada no espaço, como vemos abaixo:

Utilizando as aproximações encontradas e substituindo na equação de difusão dada, temos:

Reorganizando, temos:

Tendo s = e isolando o termo elevado somente a n, obtemos:

+

Com a formulação totalmente implícita encontrada, o sistema já pode começar a ser resolvido, mas precisamos primeiro observar as condições de contorno fornecidas.

Para o contorno 1, temos uma condição de Dirichlet, porque temos o valor da incógnita fornecido da planilha.

C(0,t)= Cw , C(L,t)= Ce,

Para o contorno 2, temos uma condição de Robin, pois temos uma derivada e um valor da incógnita.

C(0,t)= Cw , = 0

Como temos uma derivada como umas das condições de contorno, pediu-se uma aproximação centrada para essa derivada também:

= 0 => =0

Reorganizando: